F i l o – S o f i j a
Nr 1 (2), 2002, ss. 81-102
ISSN 1642-3267

Andrzej Kmiecik

Metafizyka geometryczna Benedykta Bornsteina

Benedykt Bornstein był jednym z polskich filozofów metafizycznych zainspirowanych systemem filozoficznym Immanuela Kanta[1]. Był jednocześnie logikiem i filozofem. Początkowo interesował się epistemologią Kanta, a później zajął się uprawomocnieniem metafizyki, wykorzystując matematykę. Nie zgadzał się w tym względzie z interpretacjami neokantowskimi. Odrzucał również pragmatystyczne i konwencjonalistyczne koncepcje poznania[2].

Prezentacji metafizyki Bornsteina posłużyły jego dwie ostatnie książki w języku polskim: *Architektonika świata* (1934–1936) oraz *Teoria absolutu* (1948). Pierwsza część artykułu dotyczy stanowiska Bornsteina wobec Kantowskiego zagadnienia możliwości metafizyki jako nauki. W części drugiej przedstawiam zarys geometrii filozoficznej, a w trzeciej – zasady absolutne metafizyki geometrycznej.

Stanowisko Bornsteina wobec Kantowskiego zagadnienia możliwości metafizyki jako nauki

Immanuel Kant zakwestionował przedmiotowość pojęć odnoszących się do ogółu zjawisk. Idee czystego rozumu przeciwstawił kategoriom, którym przypisał charakter przedmiotowy, gdyż w ich tworzeniu biorą udział przedmioty doświadczenia. Na przykład idea Boga nie może być przedmiotem doświadczenia, gdyż całość rzeczywistości nigdy nie może być przedmiotem doświadczenia.

---

[1] Benedykt Bornstein żył w latach 1880–1948. Studiował w Warszawie i Berlinie, doktoryzował się u Kazimierza Twardowskiego we Lwowie w 1907 r. Jan Woleński nie zalicza Bornsteina na swojej liście filozofów szkoły lwowsko-warszawskiej ze względu na jego poglądy, znacznie odbiegające od minimalistycznego programu tej szkoły. Por. J. Woleński, *Filozoficzna szkoła lwowsko-warszawska*, PWN, Warszawa 1985, ss. 17 (p. 12), 338-339.

[2] S. Kamiński, *Bornstein Benedykt*, w: *Encyklopedia katolicka*, TN KUL, Lublin 1985, kol. 819. A. Walicki (red.), S. Borzym, H. Floryńska, B. Skarga, *Zarys dziejów filozofii polskiej 1815–1918*, PWN, Warszawa 1986, ss. 312-316.

Idea ta jest niesprzeczna, ale nie ma znaczenia przedmiotowego, lecz regulatywne, gdyż tylko nadaje zwrot rozumowi ku „zupełności, całkowitości i wszechogarniającej systematyczności". Dlatego metafizyka jako nauka o całościach była dla Kanta niemożliwa. Natomiast dla Bornsteina metafizyka jest nauką możliwą w postaci metafizyki geometrycznej, ponieważ jej pojęciom całościowym również można nadać charakter przedmiotowy. Pojęcia całościowe mają charakter przedmiotowy, gdyż w każdej dziedzinie rzeczywistości jest „pierwiastek przestrzenny", a właśnie przestrzeń podlega oglądowi[3]. Jak można rozumieć Bornsteinową przestrzenność, przedstawię w dalszej części artykułu.

Skoro metafizyka jest możliwa, to istnieje odpowiedniość między bytem i poznaniem. Ale też można przyjąć, że jeśli istnieje odpowiedniość między bytem i poznaniem, to metafizyka jest możliwa. Wydaje się, że za jedno ze źródeł tezy Kanta o niemożliwości metafizyki jako nauki Bornstein uważał założenie o niezależności poznania od bytu, założenie o niebytowym charakterze poznania. Bornstein potraktował to założenie jako zasadniczy błąd Kantowskiej teorii poznania i „metodologicznego idealizmu". Według Kanta – przekonywał Bornstein – poznanie, jako takie, rządzi się jakoby prawami właściwymi tylko jemu, nie mającymi nic wspólnego z bytem, prawami właśnie metody, nie zaś bytu, i dopiero pod presją metody powstaje świat obiektywny, świat bytu fenomenalnego. Dla takiego idealizmu są możliwe dwie dalsze drogi: albo (1) przyjmie się – jak to uczynił Kant – że świat realny istnieje i posiada swój „ustrój przedmiotowy, obiektywny, nam jednak nieznany" albo (2) idąc za neokantystami – że byt realny sam w sobie jeszcze nie posiada charakteru obiektywnego i że może go uzyskać dopiero jako byt poznany. Jeśli przyjmiemy drugą hipotezę – czytamy u Bornsteina – to nasze poznanie miałoby cechy „światotwórczego poznania boskiego": z bytu jeszcze nieukształtowanego przedmiotowo, chaotycznej materii, nasze poznanie przez reguły metodologiczne tworzyłoby kosmos, nieistniejący dotychczas świat przedmiotowy. A jeśli staniemy na stanowisku Kanta, to znów jest niezrozumiałe, dlaczego nasze poznanie idzie własną, niebytową drogą, dlaczego w aktywności poznawczej nie są czynne prawa bytu, przecież mimo wszystko – argumentował Bornstein – nasze poznanie jest również bytem, choć bytem idealnym. Zatem skąd ta niebytowa konstytucja, uniemożliwiająca poznanie bytu realnego, dająca jego spaczony obraz? Czyżby reprodukcja świata przez poznanie była dla nas – żyjących w realnym, niezależnym od poznania świecie – czymś życiowo pożytecznym? Do takich paradoksów prowadzi założenie o niezależności poznania od bytu. Dlatego teorie idealistyczne nie są w stanie powiązać poznania apriorycznego z realnością. Paradoksalność znika i stosunek poznania do realności staje się zrozumiały, gdy stanie się na stanowisku, że poznanie jest bytem, jak cała rzeczywistość

---

[3] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, Łódzkie Towarzystwo Naukowe, Łódź 1948, ss. 77-78.

pozaumysłowa. „Wspólne źródło bytowe” jest tym, co łączy poznanie z rzeczywistością[4]. Dlatego właśnie twierdzę, że dla Bornsteina teza, iż poznanie jest bytem, stanowi następny czynnik – obok naocznej przestrzenności – umożliwiający metafizykę.

Bornstein podał wiele przykładów świadczących o istnieniu formy logicznej i w konsekwencji geometrycznej, w różnych dziedzinach bytu realnego: w widzeniu wzrokowym, w doznaniach słuchowych, w operacjach logicznych[5]. Jednak na wzór Kanta stawia pytanie „jak tłumaczyć sobie” zachodzenie apriorycznych struktur i praw logiki w dziedzinie realnej?

Rozwiązując to zagadnienie, Kant doszedł do wniosku, że kategorie i zasady logiki transcendentalnej (np. kategoria i zasada przyczynowości) narzucają się światu zmysłowemu, organizują go obiektywnie. W rezultacie spotykamy w doświadczeniu, w świecie – tak jak go w ten sposób ukształtowaliśmy – te właśnie formy i prawa logiki. Stąd konkluzja Bornsteina, że prawa logiki nie zachodziłyby w świecie realnym, istniejącym niezależnie od świadomości poznającej, od naszego poznania, ale znalazłyby się w świecie tylko dzięki narzuceniu, tak że i rzeczywistość mimo swojej obiektywności musiałaby się im poddać. Według Bornsteina „ta kopernikowska zmiana trybu myślenia o przedmiotach”, polegająca na uzależnieniu obiektu od metody poznawczej, oznacza, że świat realny, o ile go poznajemy, jest światem tylko fenomenalnym, zjawiskowym, światem przedmiotów, tak jak je sobie przedstawiamy, nie zaś tak jak one istnieją niezależnie od naszego poznania. W konsekwencji – według Bornsteina – logika ontologiczna i geometria ontologiczna nie dotyczyłyby niezależnej od nas rzeczywistości, ale dotyczyłyby realności immanentnej naszemu poznaniu, byłaby tylko tzw. „metafizyką immanentną”. Natomiast metafizyka dotycząca niezależnego od nas świata realnego byłaby niemożliwa, nie tylko wtedy, gdy zajmuje się ostatecznymi całościami (wszechświat, dusza, Bóg), lecz i wtedy, gdy jako ontologia bytu realnego ogranicza się do poznania dziedzin skończonych. Dlatego przewrót epistemologiczny Kanta i jego fenomenalizm poznawczy przedstawia nie tylko paradoksalne, ale i błędne rozwiązanie problemu stosunku poznania do bytu[6].

Analizując paradoksalność kantowskiego przewrotu, Bornstein argumentuje na rzecz trafności ujęcia całości rzeczywistości przez logikę geometryczną. Jak przebiega ta argumentacja? Wychodzi ona od analizy konsekwencji założeń Kantowskich. Są to dwa następujące założenia:

(1) poddanie apriorycznej formy zmysłowości „prawodawstwu” logiki[7],

(2) poddanie zmysłowych treści „prawodawstwu” formy zmysłowości.

---

[4] Ibidem, ss. 55-56.

[5] Ibidem, s. 39-50; B. Bornstein, *Architektonika świata*, t. 2: *Logika geometryczno-architektoniczna*, Skład Główny Gebethner i Wolff, Warszawa 1935, ss. 161-185.

[6] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, ss. 51-52.

[7] Forma logiczna musi przezwyciężyć pełny element zmysłowy, czyli wrażenia + formę zmysłową.

Analiza konsekwencji pierwszego założenia prowadzi do wniosku, że prawa logiki odpowiadają naturze dziedziny, której mają dotyczyć, że w tej dziedzinie są reprezentowane. Otóż aprioryczne formy logiczne, kategorie i zasady, ażeby osiągnąć swą ważność realną, muszą – według wykładni filozofii Kantowskiej zaproponowanej przez Bornsteina – narzucić się naszej zmysłowości przybranej w formy czasu i przestrzeni. Jednocześnie i te aprioryczne formy zmysłowości – aby nie pozostać tylko w dziedzinie idealnej, lecz uzyskać znaczenie realne – muszą narzucić się aposteriorycznemu zmysłowemu materiałowi, który przedstawia rezultat oddziaływania niezależnej od nas realności, rzeczy samej w sobie, na naszą zmysłowość. Kant, według Bornsteina, zdawał sobie sprawę z trudności, na jakie natknęła się jego hipoteza i przez dziesiątki lat rozmyślał nad ich usunięciem, a przede wszystkim nad zrozumieniem, w jaki sposób formy logiczne mogą się narzucić naszej zmysłowości i przezwyciężyć obcy, z zewnątrz im dany element. Tę trudność Kant starał się usunąć przez wysunięcie na plan pierwszy tego momentu zmysłowości, który wykazuje pewne pokrewieństwo z formami „rozsądkowymi" – tym momentem są aprioryczne formy zmysłowości, które z racji swego a p r i o r y c z n e g o pochodzenia spokrewnione są z apriorycznymi formami logicznymi. Z dwóch apriorycznych form zmysłowych Kant wybiera czas jako formę według niego ogólniejszą i w tej odnajduje jak gdyby analogony kategorii logicznych, tzw. schematy zmysłowe kategorii. W ten sposób logika uzyskuje swoją reprezentację w przepływie zjawisk zmysłowych i staje się zrozumiałe, dlaczego zjawiska zgodne są z jej prawami (o ile są zgodne z formą czasu). W konsekwencji – zdaniem Bornsteina – znika dominacja formy logicznej, a pojawia się paralelizm: zgodność prawa logiki i zgodność praw formy zmysłowej (u Kanta formy czasu). Zatem trzeba przyjąć harmonię istniejącą między zmysłowością i „rozsądkiem" – trzeba przyjąć, że istnieje zgodność między logiką i formą oglądu. Wystarczy teraz zastąpić formę czasu formą przestrzeni. Można to uczynić, gdyż przestrzeń jest nie tylko formą świata fizycznego, jak uważał Kant, ale również formą wszelkiej wielości zarówno realnej (przestrzeń fizyczna), psychicznej (przestrzeń psychiczna) i idealnej (np. przestrzeń logiczna). W ten sposób uzyskujemy system kategorii logicznych dany w postaci oglądowej, czyli w postaci logiki geometrycznej[8].

Jeśli chodzi o drugie założenie, to przed Kantem – zdaniem Bornsteina – stają jeszcze większe trudności, niż w przypadku pierwszego założenia. Oto według poglądów Kanta treść zmysłowa jest wypadkową oddziaływania dwóch czynników: rzeczy samej w sobie i podmiotu poznającego. Zatem ta treść zmysłowa musi zawierać w sobie pewne cechy przynależne rzeczywistości od nas niezależnej, wyraźne ślady swojego niezależnego bytu. Z drugiej strony, gdybyśmy przypuścili jak to czyni „idealizm naukowy" – pisze Bornstein – „że trzeba

[8] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, ss. 52-53.

zająć stanowisko bardziej radykalne i ogłosić wszechwładze czynników metodologicznych, kształtujących bez reszty realność na swoją modłę a właściwie nie biorących jej wcale pod uwagę, to nie mielibyśmy rozwiązanie, o które nam chodzi, ale jej tylko ominięcie"[9].

W konsekwencji trzeba więc przyjąć, że prawa aprioryczne geometrii będą realnie prawdziwe i będą obowiązywały świat realny tylko wtedy, jeśli już w nim będą *implicite* zawarte, jeśli między aprioryczną formą oglądu i formą realności od nas niezależnej – i w tym znaczeniu metafizycznej – będzie istniała zupełna zgodność.

Tak Kantowska teza o dominowaniu myśli nad oglądem musiała ustąpić poglądowi o ich zgodności i „równosilności", tak samo teza o supremacji oglądu nad bytem realnym czy też w ogóle poznania nad realnością musi ustąpić miejsca przekonaniu o ich równoważności i wzajemnej zgodności.

Jeśli przyjjmie się powyższe rozwiązanie, to widać – czytamy u Bornsteina – jak należy pojmować istotę metody naukowej. Jeśli logikę geometryczną potraktować jako metodę uniwersalną jakościowego aspektu świata, to jej elementy, działania, relacje, struktury znajdą zastosowanie w różnych dziedzinach jakości realnych. Te struktury i elementy mają tam swoje odwzorowanie, które albo pozwoli wykryć nieznane dotychczas prawa tych dziedzin albo głębiej zrozumieć znane prawa, uchwycić ich istotę kategorialną, zrozumieć ich jedność z analogicznymi prawami innych dziedzin. To odwzorowywanie w rozmaitych dziedzinach prowadzi do tezy o jedności wszystkich nauk o jakościach. Odwzorowywanie Bornstein nazywa metodą analogii. Metoda analogii jest możliwa dlatego, że same dziedziny świata są realnie względem siebie analogiczne, gdyż rzeczywistość niezależna od poznania jest zbudowana na wzór analogii. Analogia nie jest tylko drogą poznania, ale i sposobem, na który świat jest zbudowany. Metoda analogii charakteryzuje się ekonomiczną prostotą, gdyż sama rzeczywistość charakteryzuje się ekonomicznością działań[10].

Na podstawie opisu podanego przez Bornsteina można powiedzieć, że jego metoda analogii opiera się na pojęciu homomorfizmu. Nie jest to jednak scholastyczna analogia proporcjonalności. Można to stwierdzić na podstawie dyskusji, która dotyczyła kwestii formalnego przedstawienia analogii proporcjonalności[11].

Jeśli chodzi o różnicę między metafizyką a nauką, to widać, że jest to różnica zakresu. Według Bornsteina bowiem żadna dyscyplina naukowa nie bada bytu jako bytu, ale wyznacza sobie pewien zakres bytu i bada jego własności. Metafizyka natomiast bada to, co jest „wspólne wszystkiemu", najogólniejsze pojęcia,

[9] Ibidem, s. 54.

[10] Ibidem, s. 56.

[11] Na przykład zob. J.M. Bocheński, *O analogii*, w: idem, *Logika i filozofia. Wybór pism*, red. J. Parys, PWN, Warszawa 1993, ss. 50-78; M.A. Krąpiec, *Teoria analogii bytu*, RW KUL, Lublin 1993.

kategorie i uniwersalne związki, które między nimi zachodzą, bada zasady bytu. Dla Platona i Arystotelesa zrozumieć świat to odkryć zasady bytu i jego strukturę. Zdaniem Bornsteina właśnie taka klasyczna koncepcja metafizyki przetrwała do dzisiaj i będzie trwać zawsze jako nauka o uniwersalnych zasadach świata[12]. Kant chciał ugruntować metafizykę na wiedzy naukowej. Jednak bez powodzenia. Bornstein natomiast chciał ugruntować metafizykę na fundamencie logiki geometrycznej i w konsekwencji metodą metafizyki miałaby być metoda dedukcyjna.

Dla Bornsteina filozofia jest nauką uniwersalistyczną. Filozofowie dążyli do zrozumienia świata przez odkrycie jego kategorii, praw i struktur uniwersalnych. Bornstein zauważa, że również filozofia Kanta jest nacechowana uniwersalizmem – przekonaniem, że u podstawy obiektywnego świata znajdują się konstytuujące go kategorie i zasady, związane według praw „bytowo-poznawczych". Jednak – zdaniem Bornsteina – daleko posunięty dualizm, radykalnie przeciwstawiający sobie dziedziny poznania i bytu, uniemożliwił Kantowi przeprowadzenie takiej tendencji[13].

Podsumowując ten punkt, można powiedzieć, że metafizyka jako nauka jest możliwa, gdy uzna się, że poznanie jest bytem oraz gdy za podstawę uprawomocnienia logiki przyjmie się formę przestrzeni. Uniwersalną metodą badania naukowego jest metoda analogii.

Geometria filozoficzna

Zanim przejdę do samej geometrii filozoficznej, przedstawię stanowisko Bornsteina dotyczące logiki, następnie przejdę do pojęcia płaszczyzny rzutowej i wreszcie do płaszczyzny kategorialnej. W tej części chcę również przedstawić sposób, w jaki Bornstein dokonuje przejścia od rachunku logicznego do ontologii. Można wskazać na następujące etapy tego przejścia:

(1) wybór geometrii jakościowej;
(2) kategorializacja elementów płaszczyzny;
(3) kategorializacja algebry logiki;
(4) odwzorowanie:
  (a) płaszczyzny kategorialnej w kategorialną algebrę logiki i powiązanie systemu przestrzennych elementów jakościowych i kategorialnych z systemem nieprzestrzennych sensów, czyli z algebrą logiki – jest to etap logicyzowania geometrii;
  oraz
  (b) odwzorowanie algebry logiki na płaszczyznę rzutową;

---

[12] B. Bornstein, *Architektonika świata*, t. 1: *Prolegomena do architektoniki świata*, Skład Główny Gebethner i Wolff, Warszawa 1934, s. 17.

[13] Ibidem, ss. 21-22, 24-32.

(5) interpretacja ontologiczna zlogicyzowanej geometrii.

Według Benedykta Bornsteina istnieje jedna logika ogólna – „panlogika". Jednak logika jako logika architektoniczna może przybierać różne postacie, zależnie od relacji między elementami przeciwstawnymi danej dziedziny świata. Podobnie istnieje wiele geometrii będących szczególną postacią „pangeometrii". Tak jak istnieje wiele geometrii nieeuklidesowych, tak też może istnieć wiele logik, konstruowanych na podstawie geometrii[14].

Ze względu na to, że Bornstein posługuje się pojęciem płaszczyzny rzutowej, które jest odmienne od pojęcia płaszczyzny euklidesowej, postaram się podać jej niektóre cechy wskazywane przez matematyków oraz pewne modele wyobrażeniowe, ułatwiające zrozumienie, czym jest płaszczyzna rzutowa[15].

Pojęcie płaszczyzny rzutowej

W XIX w. powstało wiele geometrii nieeuklidesowych. Geometria Bolyai-Łobaczewskiego powstała w 1820 r. Jej twórcami byli niezależnie Mikołaj I. Łobaczewski (1793–1856) oraz Janos Bolyai (1802–1860). Filozofowie zauważyli ją dopiero po roku 1860. Efektem tego było stwierdzenie, że kantowska forma zmysłowa przestrzeni nie może być formą aprioryczną i że przestrzeń fizyczna jest podatna na badania eksperymentalne.

W tym samym czasie ukonstytuowała się geometria rzutowa. Jej początki pochodzą od Gérarda Desarguesa (1591–1661) i Blaise'a Pascala (1623–1662). Jednak właściwy kształt nadał jej Jean-Victor Poncelet (1788–1867), przebywając w więzieniu w Saratowie nad Wołgą jako jeniec z armii Napoleona. W XIX w. geometria ta była synonimem geometrii nowoczesnej. Dla pełności obrazu geometrii na przełomie XIX i XX wieku trzeba jeszcze wspomnieć program Feliksa Kleina z Erlangen z 1872 oraz geometrię Bernharda Riemanna z 1854 r.

Ponieważ geometria rzutowa jest niezgodna z naszą intuicją ukształtowaną na geometrii euklidesowej, postaram się przedstawić, czym jest prosta rzutowa, a następnie – płaszczyzna rzutowa[16].

Prosta rzutowa powstaje przez dołączenie do prostej euklidesowej punktu w nieskończoności. W ten sposób następuje uzwarcenie, „zamknięcie" prostej euklidesowej. Dlatego prosta rzutowa jest topologicznie identyczna (homeomorficzna) z okręgiem. Prosta rzutowa jest więc podobna do okręgu o nieskończonym promieniu. Inaczej mówiąc, na każdej prostej L leży dokładnie jeden punkt

[14] B. Bornstein, *Architektonika świata*, t. 3: *Logiczno-geometryczna architektonika uniwersalna*, Skład Główny Gebethner i Wolff, Warszawa 1936, ss. 12-13, 14, 37, 39-47, 223.

[15] Pojęcie modelu wyobrażeniowego zaczerpnąłem z epistemologii G. Bachelarda. Model pozwala przekroczyć przeszkodę epistemologiczną, czyli barierę pojęciową. Por. A. Sierpińska, *Understanding in Mathematics*, The Palmer Press, London, Washington 1994.

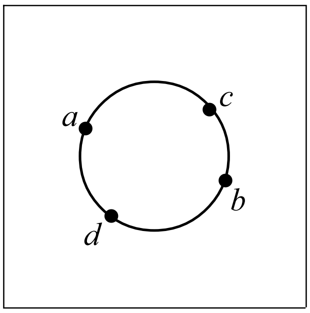
[16] K. Borsuk, W. Szmielew, *Podstawy geometrii*, wyd. 3 popr., PWN, Warszawa 1972, ss. 285-359; K. Borsuk, *Geometria analityczna wielowymiarowa*, PWN, Warszawa 1977, ss. 229-256.

w nieskończoności, zwany punktem niewłaściwym. Pozostałe punkty prostej nazywa się punktami właściwymi. W związku z tym punkty na prostej rzutowej są uporządkowane cyklicznie, jak punkty na okręgu, a nie liniowo.

Proste równoległe mają jeden niewłaściwy punkt wspólny, czyli punkt wspólny w nieskończoności. Można to sobie wyobrazić, posługując się rzutem perspektywicznym prostopadłościanu. Wtedy zobaczymy, że cztery proste równoległe, będące przedłużeniem jego boków przetną się w punkcie leżącym na horyzoncie. Proste nierównoległe mają punkty niewłaściwe różne, a każde dwie różne proste leżące na płaszczyźnie rzutowej mają dokładnie jeden punkt wspólny.

W geometrii rzutowej zamiast relacji „leżenia między" wprowadza się relację rozdzielania oznaczaną przez *C*. Wzór *C* (*ab*; *cd*) czytamy: punkty *a*, *b* rozdzielają punkty *c*, *d*. Własności tej relacji określa się aksjomatycznie. Łatwo jest to przedstawić sobie na okręgu, gdyż prosta rzutowa jest topologicznie identyczna z okręgiem. Para punktów (*a*,*b*) nie wyznacza jednego odcinka, ale parę odcinków otwartych o końcach *a*, *b*. Jako model może tu posłużyć okrąg. Każda para punktów dzieli okrąg na dwie części.

Rys. 1.



Napisałem wcześniej, że punkty na prostej rzutowej są uporządkowane podobnie jak punkty na okręgu. Dwa punkty właściwe prostej rzutowej rozcinają ją jakby na dwa odcinki, jeden z nich jest odcinkiem w sensie elementarnym, drugi składa się z dwóch części połączonych punktem niewłaściwym, w nieskończoności. Za pomocą pojęcia relacji rozdzielania i pojęcia czworokąta na płaszczyźnie rzutowej definiuje się pojęcie punktów harmonicznych[17], którym Bornstein często się posługuje.

[17] K. Borsuk, W. Szmielew, *op. cit.*, ss. 285, 300, 312.

Trudniej nieco wyobrazić sobie rozmieszczenie punktów na płaszczyźnie rzutowej, chociaż z płaszczyzną rzutową spotykamy się w codziennym życiu. Do powyżej podanego przykładu z prostopadłościanem można dodać inne, znane z doświadczenia potocznego. Gdy patrzymy w dal na tory kolejowe, to wydaje się nam, że zbiegają się one gdzieś na horyzoncie, podobnie – gdy patrzymy na prostą szosę, też wydaje się nam, że pobrzeża szosy spotykają się na horyzoncie w punkcie. Proste równoległe widzimy jako nierównoległe. Jest to spowodowane rzutowaniem 3-wymiarowej przestrzeni na płaszczyznę siatkówki oka. Prawa rządzące rzutowaniem wykorzystywali malarze, aby otrzymać wrażenie głębi na obrazach[18]. Podobnie można sobie wyobrazić prostą w nieskończoności. Wiadomo, że dwa punkty wyznaczają prostą, ale jeśli te dwa punkty są punktami leżącymi w nieskończoności, to wyznaczają nam prostą w nieskończoności. Wyobraźmy sobie zatem, że jesteśmy na skrzyżowaniu dróg. Patrząc w dal na jedną z dróg – na przykład na zachód – widzimy, że jej pobocza zbiegają się gdzieś na horyzoncie w punkcie, który będzie dla nas punktem w nieskończoności. Ale co się dzieje, gdy spojrzymy teraz na wschód, czy jest to drugi punkt w nieskończoności? Nie. Otóż trzeba pamiętać, że proste na płaszczyźnie rzutowej są izomorficzne z okręgami i ten punkt na wschodzie trzeba utożsamić z punktem na zachodzie. Podobnie jak można dotrzeć do Moskwy, lecąc na wschód, ale również lecąc na zachód. Innym modelem wyobrażeniowym płaszczyzny rzutowej może być ekran monitora komputerowego, gdy poruszający się w prawo przedmiot znika po prawej stronie ekranu, pojawia się z lewej strony i kontynuuje swój ruch w prawo. Topologią ekranu jest topologia płaszczyzny rzutowej. Podobnie jest z każdą z następnych dróg. Punkty na horyzoncie, czyli „punkty w nieskończoności", wyznaczają nam „prostą w nieskończoności", reprezentowaną przez horyzont. Horyzont jest okręgiem i podobnie prosta w nieskończoności jest podobna do okręgu, tyle że o nieskończonym promieniu.

Jak skonstruować płaszczyznę rzutową? Zwykła płaszczyzna euklidesowa nie jest powierzchnią zamkniętą. Staje się ona zamknięta po dołączeniu do niej punktów niewłaściwych, tzn. punktów nieskończenie odległych. Dołączanie punktów leżących w nieskończoności dokonuje się w ten sposób, że do każdej prostej leżącej na płaszczyźnie euklidesowej dołącza się jeden punkt nieskończenie odległy, tworząc w ten sposób z każdej prostej figurę podobną do okręgu o nieskończonym promieniu. Przy czym ten sam punkt dołącza się do prostych wzajemnie równoległych. Dla prostych nierównoległych dołączane punkty są różne[19]. Płaszczyznę rzutową można uważać za półsferę, do której brzegu doklejono wstęgę Möbiusa. W konsekwencji płaszczyzna rzutowa jest powierzchnią jednostronną, w przeciwieństwie do płaszczyzny euklidesowej. Sklejenia tego nie daje się

[18] K. Ciesielski, Z. Pogoda, *Bezmiar matematycznej wyobraźni*, Wiedza Powszechna, Warszawa 1995, ss. 123-124.

[19] Matematyczny model płaszczyzny rzutowej przedstawiają rysunki z pracy K. Borsuka, *op. cit.*, s. 232.

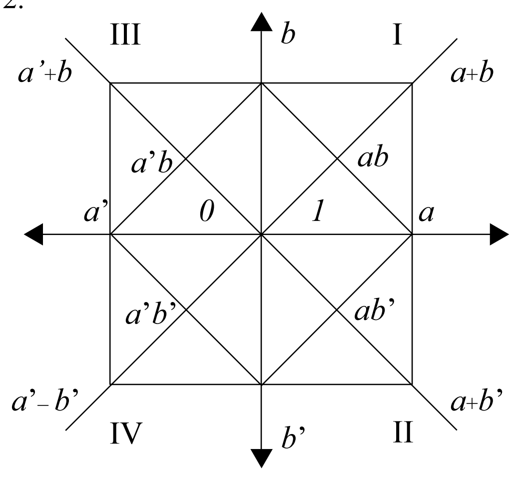
jednak dokonać w przestrzeni 3-wymiarowej bez samoprzecięć, a dopiero w przestrzeni 4-wymiarowej.

Płaszczyzna rzutowa jest jednostronna w tym sensie, że poruszając się po niej, można bez przechodzenia przez jej krawędź przedostać się z jednej strony kartki papieru na drugą[20].

Płaszczyzna kategorialna[21]

Diagram skonstruowany przez Bornsteina jest podobny do czworoboku zupełnego płaszczyzny rzutowej. Nie zostanie podana definicja tego czworoboku, ale jego opis. Czworobok zupełny jest to figura leżąca na płaszczyźnie rzutowej, utworzona przez cztery proste (nie odcinki) zwane bokami czworoboku, z których żadne trzy nie należą do jednego pęku (pęk – proste przechodzące przez ten sam punkt). Proste te przecinają się w sześciu punktach zwanych wierzchołkami czworoboku. Wyznaczają one trzy proste będące przekątnymi tego czworoboku[22]. W przypadku diagramu Bornsteina mamy cztery punkty właściwe przecięcia się prostych oraz dwa punkty niewłaściwe, w których przecinają się proste równoległe. Podstawowy diagram Bornsteina przedstawia się następująco:

Rys. 2.



Zanim przejdę do opisu diagramu, podam kilka uwag dotyczących przedmiotu matematyki, gdyż punktem wyjścia w konstrukcji geometrii filozoficznej jest właśnie teza dotycząca przedmiotu matematyki. Tradycyjnie – czytamy u Bornsteina – uważa się, że przedmiotem matematyki jest liczba, ilość. Jednak

[20] Ibidem, s.233.

[21] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, ss. 9-19.

[22] K. Borsuk, *op. cit.*, s. 265.

istnieją dyscypliny matematyczne, które stanowią matematykę jakościową: algebra jakościowa, geometria jakościowa. Algebra jakościowa to po prostu algebra logiki, czyli algebra pojęć i sądów, ogólniej – algebra sensów. Te sensy są właśnie jakościami. Jej idea – czytamy dalej u Bornsteina – pojawiła się u Platona w postaci zarysu arytmetyki jakościowej, a pierwsze próby były u Leibniza. Jednak ostateczny kształt nadał jej George Boole (1854). Jako przykład wskazujący na jakościowy charakter algebry Boole'a podał Bornstein prawo tautologii:

$$a + a = a,$$

które mówi, że jeśli do danej treści pojęciowej dodamy tę samą treść pojęciową, to otrzymamy to samo pojęcie, np. pojęcie „jabłko" + pojęcie „jabłko" = pojęcie „jabłko". Jeśli chodzi o geometrię jakościową, to jej początki są już – według Bornsteina – u Euklidesa i innych geometrów oraz w geometrii rzutowej stworzonej przez wspomnianego Ponceleta. Geometria, a dokładniej geometria rzutowa, bada bowiem własności figur, posługując się pojęciem położenia, a nie pojęciem odległości czy miary kąta.

Dla Bornsteina ten jakościowy aspekt matematyki jest bardzo ważny. Filozofia bada aspekt jakościowy świata i gdyby nie można było znaleźć w matematyce aspektu jakościowego, to filozofia matematyczna byłaby niemożliwa. W konsekwencji filozofii matematyczna byłaby *contradictio in adiecto*.

Zatem nie ma przepaści między filozofią a matematyką. Aby jednak wykorzystać geometrię rzutową w filozofii, trzeba wpierw tę geometrię odpowiednio zmodyfikować, gdyż w swojej pierwotnej postaci jest ona geometrią mnogościową. Mnogościową w tym sensie, że płaszczyzna jest nieskończonym zbiorem punktów, prostych. Przybliżenie takiej geometrii do filozofii polega na wyliczeniu rodzajów, czyli kategorii tych elementów płaszczyzny. Aby dokonać przekształcenia płaszczyzny rzutowej w płaszczyznę kategorialną, Bornstein wprowadza układ współrzędnych na płaszczyźnie. Układ współrzędnych stanowią dwie proste przecinające się pod kątem prostym. Dzielą one płaszczyznę na cztery ćwiartki: I, II, III, IV. Taki układ pozwala wyprowadzić wszystkie kategorie położeń i kierunków na płaszczyźnie. Ponieważ są cztery ćwiartki, to możliwych jest pięć kategorii prostych i punktów znajdujących się na płaszczyźnie:

1. leżące tylko w jednej ćwiartce,
2. leżące w dwóch ćwiartkach,
3. leżące w trzech ćwiartkach,
4. leżące w czterech ćwiartkach,
5. leżące na zewnątrz ćwiartek płaszczyzny.

Ad 1. Nie ma prostych leżących w jednej tylko ćwiartce. Tylko punkty leżą w jednej z ćwiartek. Leżenie w jednej z ćwiartek jest wspólną cechą punktów.

Ad 2. W tym przypadku jest sześć prostych kategorialnych przechodzących przez dwie ćwiartki. Każda prosta kategorialna reprezentuje wielość prostych należących do danej kategorii. Te zaznaczone na powyższym diagramie są tylko reprezentantami prostych danej kategorii. Na przykład prosta skośna przechodząca przez ćwiartkę I i IV reprezentuje wszystkie proste przechodzące przez te dwie ćwiartki.

Punkty leżące w obu ćwiartkach to punkty leżące na osiach układu współrzędnych. Wyróżniamy cztery ich rodzaje. Na diagramie są zaznaczone cztery punkty będące ich reprezentantami, leżące na osiach współrzędnych. Są to następujące punkty: a, a', b, b'. Do tej samej kategorii punktów należą dwa punkty w nieskończoności, leżące na granicy ćwiartek I i IV oraz drugi – na granicy II i III. Leżą one na osiach skośnych.

W ostatnim przypadku można to sobie przedstawić, rysując diagram np. na piłce, pamiętając jednak, że sfera nie jest modelem płaszczyzny rzutowej, chociaż ze sfery można otrzymać płaszczyznę rzutową.

Ad 3. Nie ma punktów leżących na granicy trzech ćwiartek. Jeśli chodzi o proste, to każda prosta skośna – z wyjątkiem osi skośnych – przechodzi przez trzy ćwiartki. Mamy 4 rodzaje takich prostych. Są to proste przechodzące przez ćwiartki: (a) I, II, III; (b) II, III, IV; (c) I, II, IV; (d) I, III, IV.

Ad 4. Przez wszystkie ćwiartki przechodzą osie układu współrzędnych. Punktem wspólnym dla wszystkich ćwiartek jest początek układu współrzędnych.

Ad 5. Czy są punkty i proste poza obrębem ćwiartek płaszczyzny? Są dwa punkty leżące w nieskończoności. Jeden na osi pionowej układu współrzędnych, wyznaczony przez przecięcie się prostych równoległych do tej osi. Drugi punkt leży na osi poziomej, wyznaczony przez przecięcie się w nieskończoności prostych równoległych do tej osi.

W tym momencie należy odwołać się do modelu wyobrażeniowego, jakim są na przykład tory kolejowe.

Te dwa punkty niewłaściwe są połączone przez prostą w nieskończoności, czyli przez prostą niewłaściwą. W tym przypadku dobrze jest wyobrazić sobie, że stoimy na skrzyżowaniu dróg i patrzymy na horyzont, który pełni rolę prostej w nieskończoności.

Kategorialna algebra logiki[23]

W przypadku logicyzacji płaszczyzny rzutowej Bornstein korzysta z 2-elementowej algebry Boole'a. Dla 3-wymiarowej przestrzeni rzutowej trzeba użyć 3-elementowej algebry Boole'a. Elementy algebry 2-elementowej oznacza się zwykle przez litery a, b. Działania są natomiast oznaczone następująco: negacja „ ' ", suma „ + ", iloczyn „ · " oraz relacja zawierania się „ < „. Na przykład negacją pojęcia „człowiek", oznaczonego przez a, jest „nie-człowiek", czyli a'. Sumą pojęć „człowiek" – a, „dobry" – b, jest pojęcie „człowiek dobry", czyli $a + b$.

---

[23] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, ss. 20-26.

Mnożenie ma tu natomiast odmienne znaczenie niż w arytmetyce. Polega ono na wyznaczeniu największego elementu wspólnego dwóch i więcej pojęć. Tak więc pojęciem maksymalnie wspólnym dla pojęć „roślina” – *a*, „zwierzę” – *b*, jest „organizm” i oznaczane przez *ab* lub przez $a \times b$, $a \cdot b$. Relację zawierania się „ < ” Bornstein interpretuje jako zawieranie się treści. Jeśli mamy pojęcie „organizm” – *ab* oraz pojęcie „roślina” – *a*, to pojęcie „organizm” zawiera się w pojęciu „roślina”, gdyż treść pojęcia „organizm” nie zawiera w sobie wielu cech, które posiada treść pojęcia „roślina”. Stąd wyraża się to formułą $ab < a$. Bornstein podkreślał, że chodzi tu o logikę treści, a nie o logikę klas. Gdyby chodziło o klasy, to klasa „roślin” zawiera się w klasie „organizm”.[24] Wprowadza również znak równoważności „ = ”. Definiuje się go przez zawieranie się elementu *a* w elemencie *b* i odwrotnie – przez zawieranie się elementu *b* w elemencie *a*. Tak więc pojęcie „trójbok” zawiera się w pojęciu „trójkąt” oraz pojęcie „trójkąt” zawiera się w pojęciu „trójbok”. Można więc powiedzieć, że oba pojęcia są sobie równoważne.

Kategorializacja algebry logiki polega właśnie na jej treściowej interpretacji. Symbole elementów są symbolami kategorii logicznych, takich jak: rodzaj, różnica gatunkowa, gatunek itd.[25]

Algebrę Boole’a definiuje się aksjomatycznie. Wśród jej elementów wyróżnionych i zdefiniowanych aksjomatycznie są dwa elementy: *0*, *1*. Jak przedstawiają się one w treściowej interpretacji? Rozważmy formuły występujące w aksjomatach algebry Boole’a, mianowicie (1) $a + 0 = a$ oraz (2) $a1 = a$. W pierwszym przypadku, jeśli *0* dodane do *a* nie zmienia treści *a*, to *0* musi wyrażać najuboższą treść, minimum logiczne, treść najmniej zdeterminowaną, którą można wyrazić przez słowo „coś” lub przez wyrażenie „przedmiot w ogóle”. Tylko bowiem taka treść dodana do innych treści logicznych nic nie zmieni, gdyż każde pojęcie zawiera w swojej treści „coś”. Stąd wyraża się to za pomocą relacji zawierania w postaci formuły: $0 < a$. Drugi przypadek mówi, że elementem maksymalnie wspólnym dla *a* i *1* jest element *a*. Oznacza to, że element *1* zawiera w sobie element *a*. Stąd wypływa wniosek, że jedność logiczna przedstawia najbogatszą treść, całość. Zero jest minimum logicznym, dolną granicą świata, a jedność jest maksimum logicznym – górną granicą świata.

Aksjomatycznie charakteryzuje się również element negatywny. Zatem: (1) $a+a' = 0$ oraz (2) $aa' = 0$. W przypadku (1) element negatywny dodany do pozytywnego daje nam pełnię logiczną, całość. Przypadek (2) mówi nam, iż element pozytywny pomnożony przez element negatywny daje minimum logiczne, czyli 0. Jest to część wspólna dwóch skrajnie różniących się przedmiotów.

Cechą algebry jest dualność jej twierdzeń. Zasada dualności mówi, że z danego twierdzenia uzyskamy nowe twierdzenie, jeśli występujące w nim dzia-

[24] Ibidem, s. 21. We współczesnej algebrze związki między zakresem i treścią można wyrazić za pomocą tzw. związków Galois. Por. G. Birkhoff, *Lattice Theory*, American Mathematical Society, New York 1948, s. 56.

[25] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, s. 26.

łania sumy elementów zastąpimy ich iloczynem, a działanie iloczynu elementów zastąpimy ich sumą oraz *0* zastąpimy przez *1* i *1* zastąpimy przez *0*. Podobna zasada dualności występuje w geometrii rzutowej. Mamy w niej dwa działania jak w algebrze Boole'a: (1) cięcie (zjednoczenie), a w algebrze dodawanie oraz (2) rzutowanie, a w algebrze mnożenie. Na tej podstawie Bornstein wysunął wniosek o podobieństwie algebry i geometrii. Prócz tego istnieje również podobieństwo między logiką a geometrią, bo oto ogólną ważność schematów sylogistycznych można ustalać za pomocą kół Eulera, czyli za pomocą relacji przestrzennych.[26]

Odwzorowanie płaszczyzny kategorialnej w kategorialną algebrę logiki[27]

Ten etap rozważań Bornsteina składa się z dwóch części. Pierwsza część dotyczy odwzorowania płaszczyzny kategorialnej w algebrę logiki, a druga część wykazaniu, że również twierdzenia algebry logiki mają swoje odpowiedniki w geometrii płaszczyzny kategorialnej.

Przejdźmy teraz do kwestii odwzorowania płaszczyzny kategorialnej w algebrę logiki. Przedstawiony wcześniej diagram (rys. 2) obrazuje system elementów kategorialnych płaszczyzny geometrycznej. Czterem punktom kategorialnym na osiach przyporządkowuje się następujące elementy: *a*, *a*', *b*, *b*'. Rzutowaniu (łączeniu), czyli wyznaczeniu prostej przez punkty jest przyporządkowane mnożenie logiczne. Tak więc linia prosta jest tu podłożem („substratem") dwóch punktów. Działaniem dualnym do rzutowania jest przecięcie, czyli wyznaczenie punktu przez dwie proste. Punkt przecięcia („zjednoczenia") dwóch linii prostych jest odwzorowany przez zjednoczenie dwóch elementów logicznych w ich sumie.

Zatem następujące iloczyny logiczne elementów reprezentujących punkty kategorialne: *ab*, *a*'*b*, *ab*', *a*'*b*' wyznaczają nam cztery proste skośne przechodzące przez odpowiednie punkty. Dalej: oś pozioma – *aa*', oś pionowa – *bb*'. Trzeba pamiętać, że $aa' = 0$ oraz $bb' = 0$. Są to zera równoważne, ale nie są identyczne, w myśl treściowej interpretacji algebry logiki. Stąd odróżnia się te osie przez indeksy, odpowiednio $0_{aa'}$, $0_{bb'}$. Te dwie osie wyznaczają punkt przecięcia się, czyli początek układu współrzędnych, oznaczony przez $0_{aa'+bb'}$. Jest tak, gdyż w algebrze Boole'a $0 + 0 = 0$.

Jakim elementom logicznym odpowiadają boki zewnętrznego kwadratu? Pojawia się tu pewna niejednoznaczność interpretacyjna i w tym przypadku – moim zdaniem – trzeba uważać na kontekst rozważań. Ta niejednoznaczność jest wynikiem operacji algebraicznych, które przeprowadza Bornstein. Rozważa prostą równoległą do osi pionowej i przechodzącą przez oś poziomą w punkcie *a*. Oznacz-

[26] Ibidem, s. 25.

[27] Ibidem, ss. 26-39.

my ten bok przez x. Wtedy przecięcie się boku x z prostą poziomą, czyli osią 0 daje punkt a. Można to zapisać w następującej postaci:

$$x + 0 = a.$$

Stąd od razu widać, że bok x sam też musi być równy a. Podobnie jest z pozostałymi krawędziami zewnętrznego kwadratu. Będą więc one odwzorowane przez elementy: a', b, b'. Mamy zatem dwa równoważne elementy: liniowy i punktowy. Dlatego, zdaniem Bornsteina, zależnie od potrzeby będziemy mówić punkt a, prosta a albo rozróżniać przez użycie indeksów dolnych: a_0 – punkt a, z kolei a_1 – prosta a. Teraz można następująco odwzorować wierzchołki zewnętrznego kwadratu przez elementy logiczne: $a + b$, $a' + b$, $a + b'$, $a' + b'$. Elementy występujące w tych wzorach trzeba interpretować jako odcinki (proste) kwadratu. Przecięcie się dwóch prostych wyznacza nam punkt. Tak się przedstawia odwzorowanie właściwych, czyli skończonych elementów płaszczyzny kategorialnej w algebrę.

Trzeba jeszcze wyznaczyć prostą w nieskończoności i cztery punkty na niej leżące. Te cztery punkty leżące na prostej w nieskończoności są wyznaczone przez przecięcie się prostej w nieskończoności z czterema osiami. Dwie osie to osie głównego układu współrzędnych, a dwie pozostałe to osie skośne. Na osi pionowej w nieskończoności leży punkt przecięcia się prostych do niej równoległych a i a' (w innej symbolice: a_1, a'_1), a na osi poziomej w nieskończoności leży punkt przecięcia się prostych b i b' (w innej symbolice: b_1, b'_1). Pierwszy z punktów oznaczamy przez $a + a'$, drugi przez $b + b'$, ale wiadomo, że: $a + a' = 1$ oraz $b + b' = 1$. Ponieważ są to dwa punkty w nieskończoności, dwie jedności, to dla ich odróżnienia Bornstein wprowadził odpowiednie indeksy: $1_{a+a'}$ – punkt w nieskończoności na osi pionowej (trzeba pamiętać, że w tym kontekście a, a' to proste równoległe do osi pionowej), $1_{b+b'}$ – punkt w nieskończoności na osi poziomej (gdzie b, b' to proste równoległe do poziomej).

W tym momencie dobrze jest użyć modelu wyobrażeniowego, który podałem wcześniej, a więc wyobrazić sobie skrzyżowanie dróg, których pobocza przecinają się w nieskończoności, na horyzoncie pełniącym rolę prostej w nieskończoności. Do tego modelu należy dodać jeszcze dwie ścieżki przechodzące przez to skrzyżowanie, a reprezentujące dwie proste skośne z płaszczyzny kategorialnej.

Jeśli chodzi o punkty w nieskończoności leżące na osiach skośnych, to jeden będzie przedstawiał przecięcie się prostych równoległych $a'b$ i ab', drugi zaś prostych równoległych ab i $a'b'$. Są one oznaczone odpowiednio przez: $a'b+ab'$ oraz przez $ab+a'b'$.

Wreszcie prosta w nieskończoności. Prosta w nieskończoności łączy punkty $1_{a+a'}$ i $1_{b+b'}$ i będzie oznaczona przez $1_{a+a'}$ x $1_{b+b'}$. Jest to iloczyn, gdyż jak pamiętamy, prosta jest wyznaczona przez dwa punkty, w tym przypadku przez punkty w nieskończoności. Iloczyn ten jest jednością, gdyż w algebrze Boole'a $aa = a$. Aby więc odróżnić ten punkt od innych, wprowadza się następujący indeks: $1_{(a+a')(b+b')}$.

Po części dotyczącej odwzorowania geometrii w algebrę logiki następują rozważania, w których Bornstein pokazuje, że jest też odwrotnie, że twierdzenia algebry logiki mają swoje przedstawienie w geometrii płaszczyzny rzutowej.[28] Te dwie argumentacje, najpierw w „jedną" stronę, a później w „drugą" stronę pozwalają przyjąć tezę o wzajemnie jednoznacznym odwzorowaniu płaszczyzny kategorialnej w kategorialną algebrę logiki. Inaczej mówiąc, istnieje izomorfizm między tymi dwiema dziedzinami. Dopiero teraz można przejść do interpretacji ontologicznej tak zlogicyzowanej geometrii.

Interpretacja ontologiczna logiki geometrycznej[29]

Interpretacja ontologiczna jakiegokolwiek rachunku jest zagadnieniem złożonym. Ze względu na tę złożoność rozważania Bornsteina dotyczące ontologicznej interpretacji przedstawię tylko ogólnie.

Zinterpretowana ontologicznie logika geometryczna albo inaczej geometria logiczna przekształca się w geometrię ontologiczną. Interpretacja ta polega na:

(1) znalezieniu tych zasad budowy świata, które tkwią w logice geometrycznej;

(2) znalezieniu struktur kategorialnych, które są utworzone z elementów kategorialnych;

(3) pokazaniu, jak się dokonuje przekształcenie logiki geometrycznej w „naukę prawdziwie filozoficzną".

W ten sposób logika geometryczna staje się nauką „dwustronną", łączącą w sobie dwie dziedziny: dziedzinę przestrzeni i „dziedzinę myśli nieprzestrzennej". Dlaczego jednak jest możliwe połączenie ze sobą tak dwóch różnych dziedzin jak przestrzeń i myśl? Jest to możliwe, gdyż przestrzeń i myśl mają naturę jakościową. Przestrzeń i jej elementy oraz pojęcia są jakościami. Dlatego właśnie oba te światy mają taką samą budowę. Budowa wszystkich dziedzin bytowych jest pod względem jakościowym taka sama. Również arytmetyka ma charakter jakościowy[30], a logika geometryczna ma odwzorowanie w świecie akustyki i w świecie barw (Helmholtz).

Zatem struktury kategorialne wydobyte przez logikę geometryczną są uniwersalne i stają się przez to strukturami ontologicznymi. W ten sposób geometria logiczna przekształca się w geometrię ontologiczną. Przekształcenie logiki geometrycznej w geometrię ontologiczną polega właśnie na uogólnieniu kategorii logicznych i przestrzennych, na podniesieniu ich do poziomu ontologicznego[31].

---

[28] Ibidem, ss. 28-39.

[29] Ibidem, ss. 39-50.

[30] Tu Bornstein powołuje się na pojęcie największego wspólnego dzielnika i najmniejszej wspólnej wielokrotności (Cantora i Dedekinda). Ibidem, s. 42.

[31] Ibidem, ss. 40, 47.

Trudno określić stanowisko Bornsteina wobec jakościowych elementów w fizyce. Według niego bowiem fizyka nie interesuje się geometrią rzutową, lecz tylko jej aspektem ilościowym. Jednak w czasach Bornsteina już były znane próby geometryzacji fizyki (np. W.K. Clifforda z 1876 r.[32]), a i on sam często powoływał się na teorię względności Einsteina[33].

Podstawową zasadą logiki geometrycznej, której Bornstein przypisuje znaczenie ontologiczne, jest zasada dualności. Z wielu przykładów, w których – według Bornsteina – występuje zasada dualności, podam tylko jeden. Otóż inaczej łączą się „barwy-promienie", a inaczej łączą się „barwy-substancje". W przypadku światła barwnego kolory łączą się „dodajnie", a w przypadku barwników – „mnożnie". Operacjami dualnymi są tu: „mieszanie mnożne" i „mieszanie dodajne". A zatem, jeżeli zmieszamy dwa barwniki o kolorach dopełniających się, np. czerwony – a i zielony – a', to otrzymamy kolor czarny – $aa' = 0$. Otrzymujemy w ten sposób minimum barwne, które odpowiada zeru w logice geometrycznej. Jeżeli jednak zmieszamy dwa promienie świetlne, czerwony – a i zielony – a', to otrzymamy barwę białą – $a+a' = 1$, która jest maksimum w świecie barw. To maksimum odpowiada jedności w logice geometrycznej. Bornstein stwierdził, że fizyka nie zauważa, iż mieszanie się barw podlega jakiemuś uniwersalnemu prawu o charakterze ontologicznym, że mamy do czynienia z realizacją zasad ontologicznych w dziedzinie optyki.

Wśród struktur świata, wydobytych przy użyciu logiki i geometrii, Bornstein wymienił następujące struktury: dualną, biegunową, sprawczą, trójkątowe, 10-elementowe, rozwinięć i inne.

Co odpowiada po stronie rzeczywistości punktom i prostym płaszczyzny kategorialnej? Punktom a i b, czyli elementom prostym konkretnym odpowiadają substancje proste. Elementy typu $a + b$ to elementy złożone, konkretne – są im przyporządkowane związki substancjalne. Linie proste a i b to elementy abstrakcyjne, proste – tym z kolei są przyporządkowane cechy. Natomiast elementy abstrakcyjne złożone są reprezentowane przez proste typu ab – im odpowiadają relacje. Konkretom prostym odpowiadają cechy (abstrakty proste), a konkretom złożonym odpowiadają relacje (abstrakty złożone)[34]. Bornstein uważał, że poprzez swoją logikę geometryczną i ontologię geometryczną realizuje idee Platona i Leibniza[35].

Interpretując ontologicznie logikę geometryczną, posługuje się pojęciami zaczerpniętymi z metafizyki Arystotelesa. Są to pojęcia materii i formy, substancji, kategorii logicznej. Cechami a i b (proste a, b) są, odpowiednio, różnica gatunkowa i rodzaj – wspólnie wyznaczające gatunek. Są to kategorie logiczne.

---

[32] M. Jammer, *Concepts of space*, Harper & Brothers, New York 1960, s. 160.

[33] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, s. 43.

[34] Ibidem, s. 46.

[35] Ibidem, ss. 40, 47.

Ale kategorie logiczne są przejawem kategorii ontologicznych (Platon, Arystoteles), z których jedna pełni rolę czynną, kształtującą, a druga – bierną, jest elementem kształtowanym. Inaczej mówiąc, jest to Arystotelesowska forma i materia. Otóż Bornstein twierdził, że dla Arystotelesa forma i materia to abstrakty, które w połączeniu ze sobą dają złożony konkret, substancję[36]. Prostą *a* (różnica gatunkowa) interpretuje jako formę abstrakcyjną, a prostą *b* (rodzaj) jako materię abstrakcyjną. W efekcie Bornstein uzyskuje następującą formułę:

forma abstrakcyjna (prosta *a*) + materia abstrakcyjna (prosta *b*)
= całość, jedność substancjalna (prosta *a* + prosta *b*), czyli punkt.

Stosując zasadę dualności ontologicznej, wywodzącą się z zasady dualności logiki geometrycznej, otrzymujemy następującą formułę:

forma konkretna (punkt *a*) + materia konkretna (punkt *b*)
= „stosunek wspólnościowy", element łączący całość, jedność substancjalna (prosta *ab*).

Występujące w tych wzorach elementy Bornstein zredukował do czterech elementów *a*, *b*, *ab*, *a* + *b* i zinterpretował odpowiednio jako: przyczynę formalną, przyczynę materialną, przyczynę sprawczą, przyczynę celową. Jest tu widoczna pewna dwuznaczność, celowo wprowadzona przez Bornsteina, gdyż na przykład element *a* można raz rozumieć jako punkt, jak również jako prostą *a*. Pomijam dalsze rozważania Bornsteina z tym związane, np. kwestię rozumienia przyczynowości[37].

Zasady absolutne metafizyki geometrycznej

Pojęcie zasad absolutnych wiąże Bornstein z pojęciem kategorii. Powyżej przedstawiony diagram (rys. 2) posiada pewną osobliwość, mianowicie jego elementami są trzy jedności i trzy zera. Jednościami są dwa punkty w nieskończoności oraz prosta w nieskończoności, czyli punkty $1_{a+a'}$, $1_{b+b'}$ i prosta $1_{(a+a')(b+b')}$. Ta prosta jest wspólnym substratem jedności $1_{a+a'}$, $1_{b+b'}$, gdyż dwa punkty w nieskończoności wyznaczają prostą w nieskończoności. Odpowiednio do tych jedności mamy następujące zróżnicowane zera: $0_{aa'}$, $0_{bb'}$, $0_{aa'+bb'}$. Stanowią one osie i środek układu współrzędnych. Punkty *a*, *a*' oraz *b*, *b*' wyznaczają nam dwie proste, będące zerami, a ich przecięcie się wyznacza środek układu współrzędnych – trzecie zero.

Wymienione trzy zera pełnią rolę elementów minimalnych płaszczyzny kategorialnej, a jedności – rolę elementów maksymalnych płaszczyzny katego-

[36] Ibidem, s. 47.

[37] Ibidem, s. 48.

rialnej. Zera mają „naturę logicznie minimalną", ich treść jest niezróżnicowana, są elementami „przed-skończonymi", a jedności elementami „poza-skończonymi". Pomiędzy elementami minimalnymi i maksymalnymi leżą elementy skończone. Autor przestrzega jednak, aby elementów minimalnych i maksymalnych nie traktować ilościowo, tzn. nie traktować elementów położonych w nieskończoności jako leżących od nas w nieskończonej odległości, lecz tylko jako odpowiednik jakościowo-geometryczny ich nieskończoności jakościowej, ich dialektycznej natury, pełni logicznej.

Gatunki, kategorie skończone są pojęciami, ale elementy neutralne, czyli zera i jedynki nie są pojęciami, lecz elementami jednościowymi – nie reprezentują żadnej mnogości. Kategoria jest pojęciem reprezentującym wielość podpadających pod nie elementów. Kategorialny jest punkt $a+b$, jest nieskończenie wiele punktów kategorialnych w pierwszej ćwiartce, ale jest tylko jedna oś $0_{aa'}$ i żadna prosta płaszczyzny mnogościowej nie jest już prostą $0_{aa'}$. Wszelka prosta równoległa do tej prostej będzie prostą b lub b', lecz nie $0_{aa'}$. Podobnie jest z osią $0_{bb'}$ i środkiem współrzędnych $0_{aa'+bb'}$. Są to więc z natury elementy jednostkowe, pojęcia jednostkowe, a nie ogólne. Nie są to więc kategorie w wąskim znaczeniu tego terminu, że jest to pojęcie ogólne, pod które podpada wiele przedmiotów. Dlatego właśnie Bornstein proponował nazwać je zasadami, w odróżnieniu od kategorii zwykłych, skończonych. Tak samo jest z elementami jednościowymi. Jest tylko jedna prosta w nieskończoności i jedna jedyna oś pionowa wyznacza na niej jedyną zasadę $1_{a+a'}$. Podobnie jest z elementem $1_{b+b'}$.

Na czym polega dialektyczność[38] elementów absolutnych? Dialektyczność tych elementów polega na tym, że są one syntezą elementów przeciwnych, np. $aa' = 0$, $a+a' = 1$. Na przykład kolor biały jest syntezą barw biegunowych i właściwie powinien nazywać się „bezkolor". W ten sposób pojęcie dialektyczności wiąże się z pojęciem niesprzeczności. Bornstein zauważył, że według logiki klasycznej elementy absolutne byłyby przedmiotami sprzecznymi, a przez to niemożliwymi. Jednak niesprzeczność zer jest dana na diagramie. Zera są dane naocznie. Są to osie i początek układu współrzędnych oraz sama płaszczyzna kategorialna. Skoro te elementy istnieją, to są możliwe i wobec tego są niesprzeczne. Natomiast niesprzeczność jedynek można wykazać, posługując się wyobraźnią. Tylko bowiem w wyobraźni możemy zobaczyć prostą w nieskończoności i dwa punkty na niej leżące, poprzez dołączenie ich do bezpośrednio danych elementów właściwych. Samą niesprzeczność Bornstein rozumiał po Arystotelesowsku. Sprzeczność – według niego – powstaje wtedy, gdy przedmiotowi przypisuje się równocześnie i pod tym samym względem posiadanie i nieposiadanie tej samej cechy lub tego samego składnika.[39]

---

[38] Ze względu na rozmiary artykułu pomijam kwestię dialektyczności elementów absolutnych. Głębsza analiza tego pojęcia wymaga wprowadzenia pojęcia punktów harmonicznych i czworoboku zupełnego.

[39] B. Bornstein, *Teoria absolutu. Metafizyka jako nauka ścisła*, s. 69.

Pojawia się kwestia przedmiotowości zasad absolutnych, czy są to pojęcia posiadające przedmioty, czyli czy są one pojęciami realnymi? Skoro zasady całościowe odpowiadają ideom Kantowskim, to tymże zasadom nie powinna przysługiwać przedmiotowość. Jednak w systemie logiki geometrycznej również zasady i kategorie posiadają swoje odpowiedniki geometryczne. Oznacza to, że zasady i kategorie mają swoje oglądowe schematy. W ten sposób – zdaniem Bornsteina – jest zrealizowany Kantowski postulat przedmiotowości pojęć. Pojęcia całościowe mają swój oglądowy odpowiednik, dany w bezpośrednim oglądzie. Jest nią np. jedność – całość skośnych osi współrzędnych, jedność, która ma swoje miejsce w środku układu współrzędnych. Dlatego właśnie Bornstein twierdził, że ta zasada absolutna ma nie podlegającą dyskusji swoją przedmiotowość – środek układu współrzędnych. Są jedności, które mają swój geometryczny odpowiednik w postaci prostych w nieskończoności. Prosta w nieskończoności nie jest dostępna zmysłowemu oglądowi, ale jest elementem przestrzeni „algebraiczno-logicznej", przestrzeni myślnej i w tym sensie „myślowo oglądowej". Wobec tego – czytamy u Bornsteina – elementy absolutne nie tylko mogą mieć przedmioty, lecz je także realnie posiadają[40].

Przedstawię teraz krótką charakterystykę ontologiczną wyróżnionych w koncepcji Bornsteina elementów absolutnych. Najpierw scharakteryzuję element $1_{b+b'}$, czyli punkt w nieskończoności na osi poziomej. Element ten wyraża całość materii abstrakcyjnej. Ponieważ płaszczyzna kategorialna jest obrazem całości bytu, to kategorialne linie poziome będą wyrażać ogólne rodzaje bytu. 1. Linia *b* jest obrazem materii fizycznej. 2. Linia *b*' jest obrazem materii psychicznej. 3. Oś pozioma $0_{aa'}$ jako linia środkowa między obrazami materii i psychiki obrazuje życie. 4. Prosta w nieskończoności $1_{(a+a')(b+b')}$ jest obrazem substratu „ponadmaterialnego", duchowego. Byt skończony: fizyczny i psychiczny są antytetycznymi względem siebie rodzajami bytu. Życie i duchowość są granicznymi rodzajami bytu. Byt materialny i psychiczny scalają się w jedność absolutną $1_{b+b'}$, będąc pełnią materii, zawiera w sobie jednak składnik życia (oś pozioma) i składnik duchowy (prosta w nieskończoności). Syntezą wszystkich elementów jest tu element $1_{(a+a')(b+b'),}$ będący obrazem substratu duchowego. Minimum determinacji logiczno-ontologicznej wykazuje substrat zerowy, zaś maksimum determinacji posiada substrat duchowy.

Element $1_{a+a'}$ – punkt w nieskończoności na osi pionowej – jest całością form (abstrakcyjnych). Formy pozytywne przedmiotów reprezentuje prosta *a*, formy negatywne – prosta *a*'. Prócz tego są jeszcze dwie formy graniczne, wybiegające z punktu $1_{a+a'}$, to: oś pionowa $0_{bb'}$ i prosta w nieskończoności – wyżej już

---

[40] Ibidem, s. 76.

wymieniana. Oś $0_{bb'}$ jest najmniej określoną formą, najniższą formą, nadaje materii minimum określoności. Prosta w nieskończoności reprezentuje formę najwyższą – maksimum formalne. Prosta w nieskończoności przedstawia zatem element wspólny dla materii i formy. Reprezentuje nie tylko najwyższą materię duchową, ale i najwyższą formę duchową. Nie jest już formą pozytywną czy negatywną, ale formą ponadskończoną, całością wyrażoną w postaci $a+a'$. Linie proste pionowe, formalne, przecinając proste poziome materialne, wyznaczają punkty, jako przedmioty konkretne (substancje)[41].

Na koniec jeszcze uwaga, co do pojęcia przestrzeni występującego w pracach Bornsteina. Dlaczego geometria obejmuje nie tylko świat zmysłowy, ale również niezmysłowy? W każdej dziedzinie jest bowiem pierwiastek przestrzenny – odpowiada Bornstein. Ta przestrzenność polega na tym, że elementy danej dziedziny zajmują pewne „miejsce" w całości systemu. Moim zdaniem tak rozumiana przestrzenność to nic innego jak porządek częściowy wprowadzany przez jakąś relację, określoną na zbiorze. Jest bowiem wtedy element poprzedzający, element następujący, elementy minimalne, elementy maksymalne. Sądzę, że taka „porządkowa" interpretacja przestrzenności pozwala zrozumieć przekonanie Bornsteina o apriorycznym charakterze przestrzeni: przestrzeń jest nie tylko formą zmysłowego oglądu, nie jest tylko formą umysłu, ale jest również koniecznym warunkiem przedmiotowym *a priori* wszelkiego bytu.

Jakie jest znaczenie ontologii geometrycznej dla współczesnej ontologii formalnej? Przede wszystkim swą ważność utrzymuje metoda „przekształcania" rachunku w ontologię. To właśnie tę metodę starałem się przedstawić w części drugiej artykułu. Widać również, że stosowanie metod formalnych w filozofii wymaga uprzedniego oparcia się na określonym systemie filozoficznym. W przypadku Bornsteina były to systemy filozoficzne Kanta i Arystotelesa – nie ma ontologii formalnej, która by samą siebie usprawiedliwiała. Na przykładzie uniwersalizmu metafizyki geometrycznej widać, jak należy rozumieć uniwersalizm ontologii formalnej. W konsekwencji pojawi się pytanie o zasięg logiki klasycznej i logik nieklasycznych.

Jeśli chodzi o dalsze badania nad filozofią Bornsteina, to trzeba przeprowadzić analizę jego koncepcji logiki, a zwłaszcza przedmiotu logiki i wpływ tej koncepcji na geometrię ontologiczną[42], a także należałoby przeprowadzić analizę trójwymiarowej przestrzeni kategorialnej[43]. Konieczna, ze względu na epistemologię Kanta, wydaje się analiza: (1) przestrzennych mechanizmów przetwarzania

[41] Ibidem, ss. 83-86.

[42] B. Bornstein, *Architektonika świata*, t. 1, ss. 97-107.

[43] B. Bornstein, *Architektonika świata*, t. 2, ss. 59-66.

informacji; (2) faktu, że widzenie odgrywa istotną rolę w percepcji przestrzeni i (3) związku percepcji przestrzeni z pojęciem naoczności[44].

[44] Por.: R.P. Horstmann, *Space as Intuition and Geometry*, "Ratio", 18 (1976), No. 1; O. O'Neill, *Space and Objects*, "The Journal of Philosophy", 73 (1976), No. 2; A. Politz, *On the Origin of Space Perception*, "Philosophy and Phenomenological Research", 40 (1979), No. 2; A. Casullo, *The Spatial Structure of Perceptual Space*, "Philosophy and Phenomenological Research", 46 (1986), No. 4; A. Nowak, *Przestrzenne mechanizmy przetwarzania informacji*, w: M. Materska, T. Tyszka, *Psychologia i poznanie*, PWN, Warszawa 1992, ss. 100-125.